

ACERCAMIENTO A CPE CON LÓGICA DIFUSA

PATRICIO OLAVARRIETA S.

Ingeniero Civil Electricista, Universidad Tecnológica Metropolitana
U de Ch., Master Dpl U. Jaume I Castellón España
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Av. José Pedro Alessandri 1242, Ñuñoa, Santiago de Chile
e-mail: polavarr@utem.cl

FERNANDO ULLOA VÁSQUEZ

Ingeniero Electrónico, Universidad Tecnológica Metropolitana
PhD. Ing Telecomunicación en la Universidad Politécnica de Cataluña
Profesor Titular en el Departamento de Electricidad, UTEM
Investiga el tema del canal aeronáutico y aplicaciones para
sistemas de radiocomunicación digital terrestre en banda ancha
basados en plataformas Estratosféricas HAPS
e-mail: fulloa@utem.cl

ANGEL FERNANDEZ CANALES

UTEM, Msc, . Av. J P Alessandri 1242, Ñuñoa
e-mail: afernand@utem.cl

ANDRÉS F. SOTO P.

Universidad Tecnológica Metropolitana
Doctorando en Ciencias de la Ingeniería, Mención Automática, USACH
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Av. José Pedro Alessandri 1242, Ñuñoa, Santiago, Chile
e-mail: andres.soto@utem.cl

RESUMEN

Se describe una aplicación de Lógica Difusa al control de calidad de un proceso de producción en serie por estadística o control de procesos por estadística, CPE, para ello se dan ejemplos de Lógica Clásica y se introduce en ella el concepto de tajante. Se describe la Lógica Difusa como exenta, en primera aproximación, del concepto de tajante y en el ejemplo usado los resultados obtenidos evidencian dicha cualidad exenta.

Palabras Clave: Control estadístico, Lógica Clásica, Lógica Difusa, tajante, función de pertenencia

ABSTRACT

This paper describes an application of fuzzy logic to SPC statistical process control or statistical quality control in a mass production process. It gives examples of classical logic and it introduces the crisp concept. As a first approach the Fuzzy Logic is described without the crisp concept, and the example result it is shown free of the concept.

Keywords: Statical control, Clasic Logic, Fuzzy Logic, Crisp, Master Function

- ▶ PATRICIO OLAVARRIETA S.
- ▶ FERNANDO ULLOA V.
- ▶ ANGEL FERNANDEZ C.
- ▶ ANDRÉS SOTO P.

1 INTRODUCCIÓN

Se intenta mostrar como algunos conocimientos desarrollados bajo el Meta conocimiento de la Lógica Clásica [1] también pueden ser a su vez desarrollados por otra herramienta (Meta conocimiento), llamada Lógica Difusa [2] logrando una extensión de la primera y encontrar nuevas soluciones, que enriquecen la anterior y nos permite manejar información más cercana al lenguaje natural [3], [4]. Se muestra una aplicación particular a la gestión de control de calidad por estadística (CPE) en producción en serie [5], [6].

Por otro lado lo que pueda estar afectado en la Lógica Clásica por algún grado de imprecisión, por un paso abrupto entre dos situaciones lógicas, se pueden obtener con Lógica Difusa como una solución de transición no ambigua entre ellas, [7], [8].

2 PROBLEMA GENERAL

Los desarrollos de ingenios eléctricos y posteriormente los electrónicos que hacen procesamientos numéricos y lógicos han estado estrechamente asociados a los desarrollos de las matemáticas y a las ciencias exactas; ellos se desarrollaron bajo el sustrato de la Lógica Clásica, [1] (Cap. 10-11) y conforme las necesidades de resultados han ido variando, ha sido necesario extender los modelos teóricos y prácticos existentes.

2.1 LÓGICA CLÁSICA Y DIFUSA.

Siguiendo a Zadeh, el objetivo es manejar con mayor facilidad conceptos como Verdadero V, Falso F (o Acepto/Rechazo), que normalmente se definen uno al lado del otro, separados por un número, en los casos que se pueden cuantificar con valores continuos. Una forma de representar estos valores es usando la recta de los Reales, en la cual se puede haber definido que todos los valores incluidos entre cero y cuatro corresponden al concepto de Verdadero y los que son mayores que cuatro son Falsos, no entregando ninguna definición para los números negativos. El 4 puede ser la intersección con los Reales de una línea perpendicular al eje R y esto puede dar como resultado ampliar los conceptos de V y F a dos dimensiones; análogo razonamiento debe hacerse para el origen de R, ver Figura 2.1. Entonces surge que

un resultado como este es poco creíble cuando al decir que existe una línea que separa el rojo del amarillo en el espectro de colores del arco iris, pues claramente hay en medio una franja de otro color que difusamente se confunde con ambos extremos. Un aspecto adicional es que las decisiones que se toman en el quehacer humano están sustentadas en un marco lógico. Si se toma en cuenta que este quehacer también es tecnológico y por lo tanto es sustentada, por ejemplo en la Lógica Clásica, [1] se tendrán productos tecnológicos con ese sustento, como máquinas de cálculo o sistemas tecnológicos que toman decisiones que a su vez pueden ser parte de un sistema de control de producción.

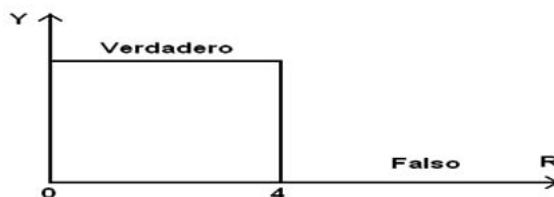


Figura 2.1 Función de asignación de valores a los conceptos Verdadero y Falso según el texto de arriba.

2.2 TAJANTE Y TRANSICIÓN SUAVE.

Volviendo a la Lógica Clásica, esto de poner al lado dos conceptos contrapuestos Verdadero/ Falso (o Acepto/Rechazo), sin dejar nada entre ambos conceptos, o es uno o es el otro es lo que nos generan problemas. En Inglés usan el concepto de “crisp” que en algunas de sus traducciones se pueden tomar como: bien definido, nítido, tajante, entendiendo que es así el paso de Verdadero a Falso que en la figura 2.1 ocurre alrededor del número 4. Imaginando la existencia de una respuesta para esto, podríamos decir que el paso de un concepto a otro tiene toda la validez de una emergencia, un terremoto... Esta forma de mirarlo nos lleva a que cuando sucede el cambio, estamos en medio de él o ya sucedió, que es lo que le sucede a un sistema de control de producción basado en Lógica Clásica, avisa cuando el producto está fuera de especificación. Además existen variables como las estadísticas que normalmente, en el corto tiempo están fluctuando alrededor de un valor, ello es tolerable salvo que estemos muy cerca del valor

tajante de cambio, con lo cual la respuesta se vuelve inestable por el paso de un estado a otro (V a F o viceversa).

Escogeremos el concepto tajante como representativo de la acción de la Lógica Clásica y la acepción de “bien definido” se usará en su sentido contrario, “difuso” para llamar a la Lógica que aborda la solución del problema planteado.

Retomando el caso del espectro de colores del arco iris, si tenemos uno de estos espectros en un papel podemos trazar una línea recta que vaya del rojo al amarillo, formando un ángulo recto con las franjas de color, con lo cual se podrá apreciar que existe una zona que es roja y que a lo largo de la línea tiene un largo mínimo, sucediendo lo mismo con el amarillo. Se observa también una zona intermedia que la costumbre ha definido como naranja y que no es un color único como los mencionados sino que tiene varios tonos. Sabemos además que el naranja es una combinación del color rojo con el color amarillo, que dependiendo de las cantidades aportadas por cada color define el respectivo tono naranja. Existe naturalmente una zona de transición en la cual ninguno de los dos conceptos adyacentes vale un cien por ciento, aunque puede serlo su suma, creando la característica de cambio suave entre los dos conceptos.

Al permitir este cambio continuo de una zona a otra, se elimina la respuesta discontinua, tajante. Esta forma de responder permite suavizar toda decisión drástica en el control de calidad. Entiéndase entonces que en el caso de producción serie industrial con control estadístico, el paso de zona producción precisa a zona de producción poco precisa, es ahora mediante un tránsito continuo de aceptar a rechazar lo producido, permitiendo un manejo anticipado del producto resultante.

2.3 LA FUNCIÓN DE PERTENENCIA.

De acuerdo a lo dicho el concepto de tajante debemos pasarlo a difuso, es decir lo que quedaba bien definido como un número ahora debemos reconocerlo como una zona o intervalo de valores, en el cual debemos congeniar los conceptos adyacentes al intervalo incorporando los conceptos de imprecisión y de función de pertenencia.

Se entiende por imprecisión una falta de especificidad en los datos, que puede derivarse de la posibilidad de especificar más de un concepto a una asignación de valor de una variable que se usa para describir un fenómeno. Por ejemplo, en un caso aplicado a un cimiento de una casa, se puede decir que está entre un valor “normal” y “profundo”, pero si no se clarifica cual es la cuantía de estos conceptos, sobretodo en el traslape, tendremos una ambigüedad, imprecisión o vaguedad.

Se puede tener cierto conocimiento sobre la hondura del cimiento en el suelo, sin especificar un valor exacto. Se podría, usando una expresión muy común en el lenguaje natural, decir que un cimiento es “profundo”, o decir que tiene más de 60 cm de profundidad, en lugar de afirmar que su profundidad es de 70 cm.

Para comprender esto veremos que al dibujar en una recta los valores de “profundidad” del cimiento, este eje Real nos aporta el soporte de la cuantía de los valores y podemos usarlo para que indique cuan aceptable es el concepto mostrado. En tal caso, el concepto de “profundo” se puede representar mediante un conjunto difuso como en Figura 2.2, que se conoce como función de pertenencia del concepto “profundidad” [5]. En él vemos que en el eje Y (perpendicular a R) la función de pertenencia tiene su mayor valor entre 50 a 80 cm y dicho tramo correspondería a valores 100% “profundos”. Antes y después de ese intervalo el concepto profundo tiene validez menor del 100%, hasta llegar a cero lo que da pie a que en esas zonas, el concepto de “profundo” se traslapa a la izquierda con “normal” y a la derecha con “muy profundo”. Si estos dos últimos conceptos no tienen una función de pertenencia como la dada a “profundo”, lo que sucede es que “normal” y “muy profundo” son imprecisos o vagos.

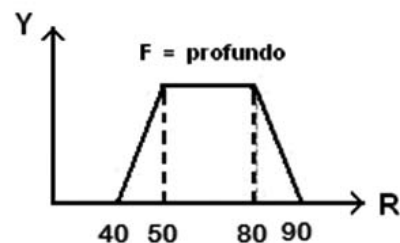


Figura 2.2.: Representación del concepto profundo por un conjunto difuso.

- ▶ PATRICIO OLAVARRIETA S.
- ▶ FERNANDO ULLOA V.
- ▶ ANGEL FERNANDEZ C.
- ▶ ANDRÉS SOTO P.

Sin embargo a pesar que “profundo” está bien definido, no se puede precisar en los traslapes pues necesita de la precisión del respectivo concepto con el cual traslapa [4]. Cuando se habla de certidumbre, es porque la información que se trabaja otorga un grado de credibilidad o certeza que sale de una función de pertenencia como la descrita, que relaciona una probabilidad con cada valor del intervalo pertinente a un concepto o dos cuando traslapan. Esta es la acepción de conjunto difuso, introducido por Zadeh, así como las operaciones habituales con ellos.

Existen variadas formas de representar las funciones de pertenencia pero aquí nos centraremos en la de forma π (tienen la forma de un pulso notable en una cierta zona y decrecen notoriamente a cero fuera de él. Una campana de Gauss y una función trapezoidal, son representantes de ellas). La forma más usada de representar números difusos es por medio de una función trapezoidal, que es la que hemos usado para introducir el concepto difuso; sin embargo esta forma puede evolucionar a medio trapecio o un triángulo con base común al trapecio, dependiendo de las necesidades de uso.

Dos ejemplos de estas extensiones son, imitar el lenguaje natural e imitar el razonamiento humano, que por naturaleza ambos tienen un cierto grado de vaguedad, de imprecisión; sin embargo a pesar de ello el ser humano logra transmitir información y deducir casos nuevos a partir de otras informaciones almacenadas con dicha vaguedad, es decir que se asume por el cerebro humano. El procesamiento mediante un computador de estas situaciones es de creciente interés y se debe sumar a lo ya dicho, que el computador normal no trabaja directamente de esta forma.

Se usará entonces de los modelos más extendidos para solucionar dichos problemas, la teoría de conjuntos difusos de Zadeh, que tiene más relación con el contenido de este escrito. Se focalizará especialmente en algunos aspectos semánticos y de representación. Esto abre espacio al problema general de aplicar la lógica difusa a múltiples áreas, en particular al control de calidad de producción, como veremos en este escrito.

2.4 ETIQUETAS LINGÜÍSTICAS.

En ocasiones una propiedad o el estado de un objeto o fenómeno es necesario describirlo mediante una expresión en lenguaje natural. Para ello se ha de usar lo que se conoce como una variable lingüística, la cual admite que sus conjuntos de valores se llamen etiqueta lingüística. Una etiqueta lingüística es un término extraído del lenguaje natural mediante el que se expresa una valoración imprecisa que, en ciertos casos, como se vio más arriba puede tener una representación mediante un conjunto difuso. Por ejemplo, profundo es una etiqueta lingüística, mientras que el intervalo [100,170], que puede interpretarse como un conjunto difuso, no lo es. Este concepto es útil cuando el universo del discurso es un subconjunto de la recta real R , esto es cuando al representar p. e. los colores del arco iris se necesita solo una parte de la recta R y ponemos en ella varios conceptos (colores), con funciones de pertenencia de la forma de profundidad.

Una aplicación del concepto de etiqueta lingüística es el definir rótulos sobre dominios. La figura (2.3) nos muestra un ejemplo en el que se ha definido un conjunto de etiquetas {Muy bajo, Bajo, Medio, Alto, Muy alto} sobre un dominio numérico, que podría corresponder la Altura de un individuo. A la representación de una etiqueta lingüística como conjunto difuso se le denomina Representación Semántica.

Se ve que la información semántica se puede usar para tomar decisiones, ya sea que se quiera seleccionar jugadores de basquetbol u otra razón.

Debe tenerse en cuenta que existen conjuntos de variables cuya definición es compleja porque pertenecen a dominios subyacentes poco claros, que no resultan fáciles de trasladar a valores numéricos como: textura de una tela, olor de un fruto, etc. Estos conjuntos de etiquetas lingüísticas definen jerarquías de valores sobre las variables que representan.

Restaría decir que para encontrar la unión o intersección de estos conjuntos a fin de trasladar el concepto a número referiremos al lector a las referencias [2], [7] y [8]

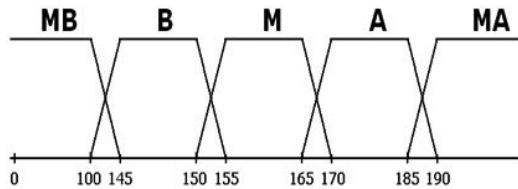


Figura 2.3.: Dominio numérico sobre el cual se definen etiquetas lingüística.

3 USO EN CONTROL DE CALIDAD.

3.1 UNA MIRADA INTUITIVA.

Los números difusos son en esencia intervalos no disjuntos dentro de la recta de los reales y pertenecientes a un intervalo Universo, definido de acuerdo al interés o uso. Se debe conocer por tanto el intervalo del Universo pertinente y cada uno de los intervalos no disjuntos, la zona en que cada par de números tienen en común y las características de uso o interés que cada uno tiene [5] y [6].

Una aplicación clásica de control de calidad estadístico en producción en serie, es trabajar con una variable x , entonces los valores de procesamiento estadístico como \bar{x} el promedio de muestreo y σ la desviación estándar del muestreo, toman el carácter de indicadores con valores críticos (tajantes) que deciden si el producto es adecuado o no. Si el valor objetivo de x , la dimensión que debe obtenerse, es definida como caso general $x=0$ y haciendo uso de la teoría de control de calidad que dice que hay un margen de 3σ dentro del cual se tiene producción bajo control y fuera de él se tiene el sistema fuera de control, tendremos definido pertinentemente las variables de entrada. Si definimos BC una variable en Lógica Clásica que vale 1 si se tiene producción bajo control y que vale cero cuando está fuera de control, el producto cartesiano de BC, con \bar{x} y con σ entrega el volumen de un paralelepípedo (una caja de zapatos) que dentro de la superficie límite el sistema está bajo control y fuera de ella, no lo está. Ver figura 3.1, nótese que las superficies verticales de la figura (laterales y frontal), dan cuenta del paso tajante de producción a no producción. Son precisamente estos valores los que deben dar paso a los números difusos.

Para efectuar una conversión a números difusos es necesario hacer una división en zonas del dominio de las variables a usarse. Definiendo el número de zonas posibles del valor de la desviación estándar como tres, ellas pueden ser zona: bajo control BC, de atención A y de intervención I. Análogamente se hace para controlar el valor medio de la muestra, si toma en cuenta que puede ser negativo generaría cinco zonas: bajo control BC, de atención superior e inferior AS y AI, y de intervención superior e inferior IS e II.

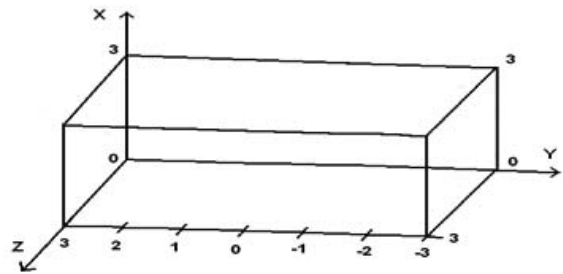


Figura 3.1 Respuesta de un sistema bajo Lógica Clásica.

La respuesta del sistema de control a los valores que toman estas dos variables estadísticas también se expresan como caracteres lingüísticos, los que se definen como: no intervenir NI, alarma A y parar la producción PP. Con estos lineamientos se pueden dar las siguientes tablas y gráficos.

En la Tabla 1. Se muestran las variables difusas de entrada, Promedio y Sigma y la variable difusa de salida Respuesta.

Var\Zona	Conceptos difusos				
Promedio	II	AI	BC	AS	IS
Sigma			BC	A	I
Respuesta			PP	A	NI

Tabla 1. Variables y conceptos difusos.

La relación entre los valores de entrada y salida van a quedar definidos por la Tabla 2, en que cada par de números difusos de entrada se hace corresponder con la respuesta de salida. Se tienen 15 relaciones lingüísticas entre Promedio y Sigma con las correspondientes salidas de Respuesta.

- ▶ PATRICIO OLAVARRIETA S.
- ▶ FERNANDO ULLOA V.
- ▶ ANGEL FERNANDEZ C.
- ▶ ANDRÉS SOTO P.

4 MODELACIÓN

La modelación [3], de las variables de entrada, Promedio y Sigma de acuerdo a las etiquetas lingüísticas dadas se muestran en las figuras 4.1 y 4.2, en ellas la zona trapezoidal es la que está Bajo Control, la zona triangular es Atención, y la restante es la zona de Intervención. En la salida, de acuerdo al contenido de las reglas lingüísticas de la tabla 2 se ve en la figura 4.3.

De la tabla 2 se puede observar en la figura 4.5 que las caras del volumen ya no son planos verticales (tajantes) sino superficies ondulantes con pendiente negativa menor que 90° confirmando lo previsto que el paso de producción aceptable a no aceptable no es tajante, sino que aparece una zona en la cual se va adelantando que se puede llegar a producción no aceptable sin llegar a ella.

#	Promedio	Sigma	Respuesta
1	II	BC	PP
2	II	A	PP
3	II	I	PP
4	AI	BC	A
5	AI	A	A
6	AI	I	PP
7	BC	BC	NI
8	BC	A	A
9	BC	I	PP
10	AP	BC	A
11	AP	A	A
12	AP	I	PP
13	IP	BC	PP
14	IP	A	PP
15	IP	I	PP

Tabla 2. Reglas lingüísticas de control.



Figura 4.1 Función de Pertenencia de Promedio

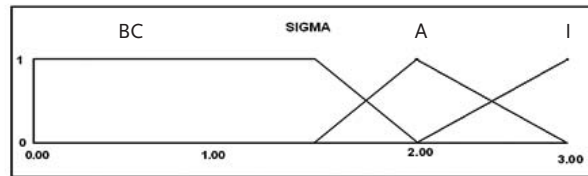


Figura 4.2 Función de Pertenencia de Sigma.

El adagio dice que un buen gráfico vale más que mil palabras, por lo que la comparación de la Figura 3.1 con la 4.3 nos ahorra palabras, basta decir que focalizándose en los planos verticales límites (laterales y el frontal) de ambos volúmenes se puede concluir que se ha conseguido lo predicho pues dichos plano son parte del volumen que tiene sustrato de Lógica Clásica (Figura 3.1), entregando un comportamiento tajante, diciendo que adentro del volumen se está en producción aceptada y fuera de él no es aceptada. En cambio en la figura 4.3 estos planos se transforman en superficies curvas que acercan paulatinamente desde la máxima altura del volumen hasta interceptar los planos de referencia con Respuesta cero.

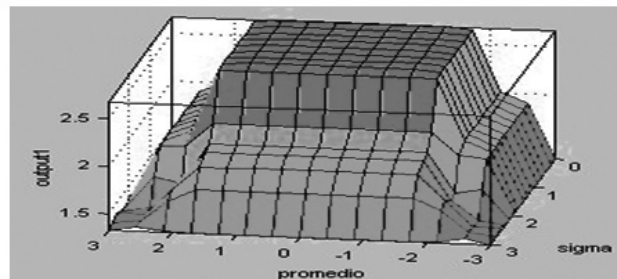


Figura 4.3 Respuesta como función de las variables difusas Promedio y Sigma.

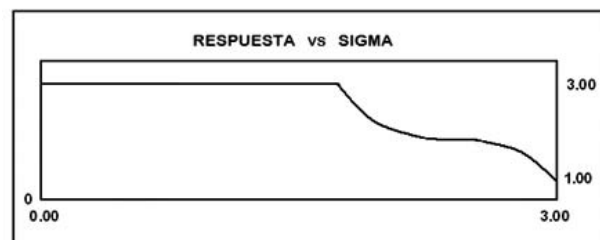


Figura 4.4 Respuesta en función de Promedio para Sigma 1,4.

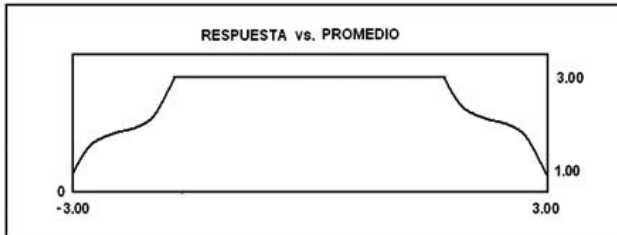


Figura 4.5 Respuesta en función de Sigma para Promedio 2

Respecto al tema superficie ondulante, cabe hacer notar que la figura 4.3 tiene un problema de resolución, digamos de alta granulación, con lo que las superficies se representan por planos. Sin embargo si hacemos cortes verticales del volumen con sigma 1,4 ver figura 4.4 y con promedio 2 ver figura 4.5 se ve que el comportamiento es efectivamente de curva suave.

4.1 CONCLUSIONES

El contraste de las figuras 3.1 y 4.3 nos dice que la primera evidencia claramente el concepto de tajante, de acuerdo a lo dicho de sus caras laterales y su cara frontal que pertenecen a valores que toman σ y promedio. En la figura 4.3 se ve que a medida que los valores de σ y promedio alcanzan valores que hacen que la producción sea rechazada, ello sucede teniendo valores asociados que van disminuyendo continuamente a cero, con lo que tenemos un comportamiento no tajante, que era el comportamiento deseado para no encontrarse con que bruscamente se tenía una producción no deseada, luego se ha cumplido el objetivo.

Como un tema de cierre se puede decir que todo el volumen que contiene la superficie Respuesta, es técnicamente la función de pertenencia de la etiqueta lingüística Producción Aceptable. Desde luego en tres dimensiones.

Finalmente se puede ver que este ejemplo puede dar lugar a acciones más complejas en base a la misma sistematización.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la oportunidad que ha presentado la Universidad y su equipo Editorial, y en especial al Departamento de Electricidad, por su apoyo en las diferentes actividades que culminaron con esta publicación.

REFERENCIAS

1. Rosen K. H. Matemática discreta. Mc Graw Hill 5ª Ed. 2004; Ch. 1.
2. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. Information Control, 8, 338-353, 1965
3. Yager R., Filev D. Esencial Fuzzy Modeling and Control. John Wiley & Son, Inc. 1994
4. Raz T, Wang JH. Probabilistic and membership approaches in the construction of control chart for linguistic data. Production planning and control 1990; 1:157-167
5. Rowlands, H. Wang L. R. An approach of fuzzy logic evaluation and control in SPC. Qual. Reliab. Engng. 2000; 16: 91-98.
6. Wang JH, Tzvy R. Applying fuzzy set theory in the development of quality control chart. International Industrial Engineering Conference Proceedings 1998; 30-35
7. Delgado M, Olavarrieta P, Vergara P. Fuzzy set tools in process quality control. The 11th World Congress of International Fuzzy System Association (IFSA 2005) session 5.3 University of Tsinghua, Beijing, China.
8. Delgado M., Olavarrieta P., Vergara P. Fuzzy Sets Based Protocols for Process Quality Control. International Journal of Uncertainty, Fuzzyness and Knowledge-Based System